

Théorème de l'énergie cinétique
VIDÉO DE COURS

On modélise le système étudié par un point matériel M. On considère que toute la masse m du système est concentrée au point M.

1 Le théorème de l'énergie cinétique

a. Énergie cinétique d'un système

L'énergie cinétique \mathcal{E}_c d'un système de masse m se déplaçant à la vitesse de valeur v dans le référentiel d'étude est donnée par la relation :

$$\mathcal{E}_c \text{ en J} \rightarrow \mathcal{E}_c = \frac{1}{2} m \times v^2$$

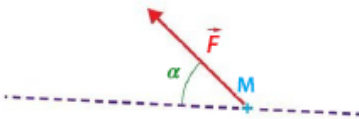
m en kg
 v en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

INFO

Une force \vec{F} est constante si :

- sa direction est toujours la même ;
- son sens ne change pas ;
- sa valeur n'est pas modifiée.

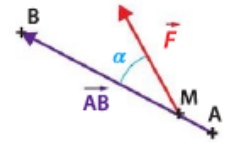
A Schématisation d'une situation et modélisation



> La force \vec{F} exercée par le télési sur le skieur effectue un travail moteur lors du déplacement du skieur.

b. Travail d'une force constante

Le travail d'une force s'exerçant sur un système permet d'évaluer l'énergie transférée entre le milieu extérieur et le système, lors de son mouvement.



Le travail $W_{A \rightarrow B}(\vec{F})$ d'une force constante \vec{F} dont le point d'application se déplace d'une position A à une position B est égal au produit scalaire du vecteur \vec{F} par le vecteur déplacement \vec{AB} .

$$W \text{ en J} \rightarrow W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \times AB \times \cos \alpha$$

F en N
 AB en m
sans unité

α est l'angle entre le vecteur force \vec{F} et le vecteur déplacement \vec{AB} .

Si $0 < \alpha, 90^\circ$ $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) > 0$	Si $\alpha = 90^\circ$ $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = 0$	Si $90^\circ, \alpha < 180^\circ$ $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) < 0$
Le travail est moteur .	Le travail est nul .	Le travail est résistant .

Exemple : Dans la situation du schéma A, le travail de la force exercée sur le système est moteur.

c. Travail de quelques forces constantes

Travail du poids	Travail d'une force de frottement constante
Le système se déplace d'une position A à une position B.	Le système se déplace d'une position A à une position B.
<p>$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{AB} = P \times AB \times \cos \alpha$ Dans le triangle rectangle AHB, $\cos \alpha = \frac{AH}{AB} = \frac{(z_A - z_B)}{AB}$ et $P = m \times g$. On en déduit : $W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = m \times g \times (z_A - z_B)$</p>	<p>$W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \vec{AB} = f \times AB \times \cos \alpha$ Or, $\alpha = 180^\circ$ et donc $\cos \alpha = -1$. On en déduit : $W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = -f \times AB$</p>

d. Théorème de l'énergie cinétique

La variation de l'énergie cinétique d'un système en mouvement, d'une position A à une position B, est égale à la somme des travaux de toutes les forces appliquées au système entre A et B :

$$\mathcal{E}_c \text{ en J} \rightarrow \Delta \mathcal{E}_{cA \rightarrow B} = \mathcal{E}_{cB} - \mathcal{E}_{cA} = \sum_i W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_i) \quad W \text{ en J}$$

Si la somme des travaux des forces appliquées au système est positive, son énergie cinétique augmente, donc la valeur de sa vitesse augmente. Le théorème de l'énergie cinétique permet de relier quantitativement la somme des forces qui s'exercent sur un système et la variation de la vitesse du système. Ce lien a déjà été établi au chapitre 12.

INFO

$\sum_i W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_i)$ signifie la somme des travaux de toutes les forces \vec{F}_i appliquées sur le système en mouvement, de la position A à la position B.

2 L'énergie mécanique

a. Forces conservatives et non conservatives

Une force appliquée à un système est **conservative** si son travail ne dépend que de la position de départ et de la position d'arrivée du système, et pas de sa trajectoire entre ces positions.

Une force appliquée au système est **non conservative** dans le cas contraire.

Exemples : Le poids \vec{P} est une force conservative car, d'après son expression, le travail $W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = m \times g \times (z_A - z_B)$ ne dépend que de l'altitude z_A de la position de départ et celle z_B de la position d'arrivée et pas de la trajectoire entre A et B. Les forces de frottement ne sont pas conservatives car leur travail dépend de la longueur du trajet entre A et B.

b. Énergie potentielle de pesanteur d'un système

À chaque force conservative \vec{F}_C , est associée une énergie appelée **énergie potentielle** \mathcal{E}_p .

La variation de cette énergie potentielle, lorsque le système se déplace entre une position A et une position B, est égale à l'opposé du travail de cette force conservative, qui s'applique sur le système entre A et B :

$$\mathcal{E}_p \text{ en J} \rightarrow \Delta \mathcal{E}_{pA \rightarrow B} = \mathcal{E}_{pB} - \mathcal{E}_{pA} = -W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_C) \quad W \text{ en J}$$

Le poids étant une force conservative, on lui associe une énergie potentielle dite de pesanteur : $\Delta \mathcal{E}_{pA \rightarrow B} = -W_{A \rightarrow B}(\vec{P})$ (schéma B).

Comme $W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = m \times g \times (z_A - z_B)$, on a $\Delta \mathcal{E}_{pA \rightarrow B} = -m \times g \times (z_A - z_B)$

D'où $\Delta \mathcal{E}_{pA \rightarrow B} = m \times g \times (z_B - z_A)$

On en déduit : $\Delta \mathcal{E}_{pA \rightarrow B} = \mathcal{E}_{pB} - \mathcal{E}_{pA} = m \times g \times z_B - m \times g \times z_A$

Il vient $\mathcal{E}_{pB} = m \times g \times z_B$ et $\mathcal{E}_{pA} = m \times g \times z_A$

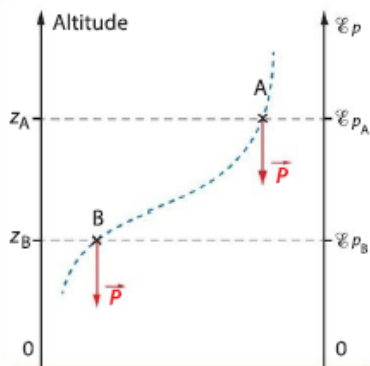
L'énergie potentielle de pesanteur \mathcal{E}_p d'un système de masse m situé à l'altitude z est donnée par la relation :

$$\mathcal{E}_p \text{ en J} \rightarrow \mathcal{E}_p = m \times g \times z$$

m en kg \rightarrow g en $N \cdot kg^{-1}$
 z en m

À l'altitude $z = 0$ m choisie comme référence, $\mathcal{E}_p = 0$ J. L'axe Oz est orienté vers le haut.

B



> La variation de l'énergie potentielle de pesanteur d'un système lorsqu'il passe de la position A à la position B est liée au travail du poids du système entre A et B.



c. Énergie mécanique d'un système.

L'énergie mécanique \mathcal{E}_m d'un système de masse m est la somme de son énergie cinétique \mathcal{E}_c et de son énergie potentielle \mathcal{E}_p .

$$\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_c + \mathcal{E}_p$$

L'énergie mécanique d'un système dépend de la valeur de sa vitesse et de sa position, dans le référentiel d'étude.

3 La variation de l'énergie mécanique

La variation de l'énergie mécanique d'un système en mouvement d'une position A à une position B est égale à la somme des travaux des forces non conservatives \vec{F}_{NC} appliquées au système :

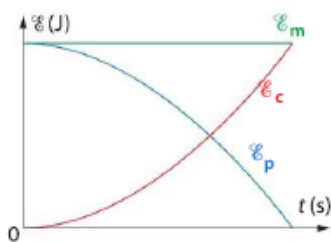
a. Conservation de l'énergie mécanique

S'il n'y a pas de forces non conservatives ou si la somme des travaux de ces forces est nulle alors :

$$\Delta \mathcal{E}_{m_{A \rightarrow B}} = \mathcal{E}_{m_B} - \mathcal{E}_{m_A} = 0$$

Cette relation, qui traduit la **conservation** de l'énergie mécanique, permet de déterminer la valeur de la vitesse ou l'altitude du système étudié en une position de sa trajectoire.

Exemple : Lorsqu'elle retombe de son saut, la perchiste est considérée en chute libre si l'action de l'air est négligeable. Elle n'est alors soumise qu'à son **poids** qui est une **force conservative**.



Au cours de la chute, l'énergie potentielle de pesanteur \mathcal{E}_p perdue par le système est entièrement convertie en énergie cinétique \mathcal{E}_c . L'énergie mécanique \mathcal{E}_m du système **se conserve**.

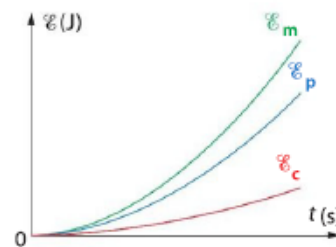
b. Non conservation de l'énergie mécanique

S'il y a des forces non conservatives et si la somme des travaux de ces forces est non nulle alors :

$$\Delta \mathcal{E}_{m_{A \rightarrow B}} = \mathcal{E}_{m_B} - \mathcal{E}_{m_A} = \sum_i W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{NC,i})$$

Cette relation permet de déterminer le travail ou la valeur des forces non conservatives qui s'appliquent sur le système étudié lors de son déplacement.

Exemple : Lors de son décollage, la fusée est soumise à son poids et à une **force de poussée** \vec{F} qui est une **force non conservative**.



Au cours du décollage, l'énergie cinétique \mathcal{E}_c et l'énergie potentielle de pesanteur \mathcal{E}_p du système augmentent. L'énergie mécanique \mathcal{E}_m du système **ne se conserve pas**.

La variation de l'énergie mécanique d'un système entre deux positions permet de déterminer, selon les données disponibles : la valeur initiale ou finale de la vitesse du système, l'altitude initiale ou finale du système, le travail de forces non conservatives ou la valeur de ces forces.

1 Le théorème de l'énergie cinétique

L'énergie cinétique d'un système

$$\mathcal{E}_c \text{ en J} \rightarrow \mathcal{E}_c = \frac{1}{2} m v^2$$

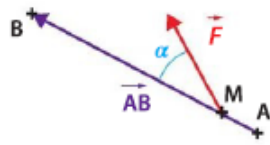
m en kg
 v en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

Le travail d'une force constante

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \times AB \times \cos \alpha$$

F en N
 AB en m
 W en J
 sans unité

α : angle entre le vecteur force \vec{F} et le vecteur déplacement \vec{AB} .



Le théorème de l'énergie cinétique

La variation de l'énergie cinétique d'un système en mouvement d'une position A à une position B est égale à la somme des travaux de toutes les forces appliquées au système entre A et B :

$$\Delta \mathcal{E}_{cA \rightarrow B} = \mathcal{E}_{cB} - \mathcal{E}_{cA} = \sum_i W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_i)$$

\mathcal{E}_c en en J
 W en J

2 L'énergie mécanique

À chaque force conservative \vec{F}_C , est associée une énergie appelée énergie potentielle \mathcal{E}_p telle que :

$$\mathcal{E}_p \text{ en J} \rightarrow \Delta \mathcal{E}_{pA \rightarrow B} = \mathcal{E}_{pB} - \mathcal{E}_{pA} = -W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_C)$$

W en J

L'énergie potentielle de pesanteur d'un système

$$\mathcal{E}_p \text{ en J} \rightarrow \mathcal{E}_p = m \times g \times z$$

m en kg
 g en $\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$
 z en m

À l'altitude $z = 0$ m choisie comme référence, $\mathcal{E}_p = 0$ J. L'axe Oz est orienté vers le haut.

L'énergie mécanique d'un système

$$\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_c + \mathcal{E}_p$$

Avec \mathcal{E}_c énergie cinétique et \mathcal{E}_p énergie potentielle.

3 La variation de l'énergie mécanique

La conservation de l'énergie mécanique

Si, lors du mouvement de A à B, la somme des travaux des forces non conservatives appliquées à un système est nulle alors :

$$\Delta \mathcal{E}_{mA \rightarrow B} = \mathcal{E}_{mB} - \mathcal{E}_{mA} = 0 \text{ J}$$

La non conservation de l'énergie mécanique

Si, lors du mouvement de A à B, la somme des travaux des forces non conservatives appliquées à un système est non nulle alors :

$$\Delta \mathcal{E}_{mA \rightarrow B} = \mathcal{E}_{mB} - \mathcal{E}_{mA} = \sum_i W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{NC,i})$$

La variation de l'énergie mécanique $\Delta \mathcal{E}_{mA \rightarrow B}$ permet de déterminer des valeurs de vitesse, des positions, des travaux ou des valeurs de forces non conservatives.